La matemática y la incertidumbre humana

Miguel YARZA LUACES

Universidad Pontificia Comillas, Madrid

El concepto matemático de probabilidad se genera a partir de la percepción de la incertidumbre humana y de las técnicas constructivas que se desarrollan para manejar el azar controlado. Su entrada en el lenguaje matemático, comparada con la de otros conceptos, es claramente tardía y se produce básicamente a partir del siglo XVII, y lo hace fuertemente contaminada por asuntos ajenos al rigor matemático. Solamente a principios del siglo XX, cuando se tiende a hacer desaparecer de la matemática toda referencia a los elementos heurísticos que la están demandando, se llega a una definición adecuada al rigor matemático.

Como consecuencia de la peculiaridad que alienta bajo la idea de probabilidad el salto ontológico desde el aparato matemático a las diversas aplicaciones a que atiende se ha dado y se da con harta frecuencia de una manera claramente inadecuada sin tener en cuenta los condicionantes que este tránsito impone y siendo ciego a muchas suposiciones que se hacen implícitamente y que con frecuencia hacen perder toda validez a las conclusiones a que se llega.

En este sentido es importante diferenciar claramente las diversas acepciones con las que se utiliza el término probabilidad. Uno es el término matemático (que aquí se denomina probabilidad de tipo P3.2), y otros los significados que adquiere la palabra probabilidad en los distintos tipos de aplicaciones. En este trabajo se consideran cuatro acepciones básicas. Una de ellas es la asociada a los juegos de azar que aquí se denomina probabilidad de tipo P3.1. Su importancia se deriva de que es la que más ajustadamente se acopla al modelo matemático. Y es el intermediario fundamental para entender la probabilidad en otros campos.

El trabajo se centra en como y en qué medida la incertidumbre humana puede ser expresada y entendida en su manejo mediante la ayuda del aparato matemático de la probabilidad. En este sentido la incertidumbre se expresa mediante lo que se denomina la probabilidad de tipo P2 que es un concepto más amplio pero que incluye a la tradicional probabilidad subjetiva.

La concepción axiomática de la probabilidad de Kolmogorov es totalmente ajena a la significación que se dé a la palabra probabilidad fuera del lenguaje matemático. Y en este sentido puede aceptar su interpretación como incertidumbre. Se pueden realizar con estas probabilidades (medidoras de la incertidumbre) las operaciones típicas del mundo matemático y llegar a unas ciertas conclusiones. Y es al salir del mundo matemático cuando, en el antropológico, se debe interpretar la relevancia y significación y la posibilidad de aplicación de los resultados obtenidos.

1. Introducción

Casi toda la vida del ser humano se desarrolla en un entorno del que tiene un conocimiento muy limitado, que no solo se manifiesta en que hay unas cosas que conoce y otras muchas más que desconoce si no también en que en aquellas sobre las que tiene un cierto conocimiento este es también limitado. Dicho con otras palabras: aquellas cosas y circunstancias a las que orienta su interés para desarrollar su proceso vital son percibidas, con gran frecuencia, con incertidumbre. Y esta incertidumbre alcanza a las más diversas circunstancias con independencia de su importancia objetiva o de aquello a que se orientan. Algunos ejemplos pueden contribuir a aclarar este alcance: ¿Será conveniente que salga esta mañana con paraguas? ¿Me gustará la película que he elegido para ver esta tarde? ¿Cuál es la mejor conducta que puedo adoptar en un pequeño conflicto que he tenido con mi hijo hace un rato? ¿Como de seguro estoy de mis conocimientos y habilidades físicas para encarar la reparación de una pequeña avería eléctrica que se acaba de presentar? ¿Me resultará beneficioso un cambio de trabajo que estoy considerando? Y la casa que pienso alquilar, ¿se ajustará bien a mis gustos y necesidades? ¿Alcanzaré la felicidad que busco en mi matrimonio? ¿Es firme mi esperanza en una vida tras la muerte o es un espejismo que me consuela?

Por otra parte dentro del mundo de la matemática se ha desarrollado la teoría de la probabilidad. Esta teoría tiene un nexo genético con la incertidumbre, y tras un proceso histórico ha revertido a su aplicación a un cierto entendimiento de la incertidumbre humana. El objetivo de este trabajo es analizar los supuestos que están debajo del tal aplicación, sus límites, y una cierta valoración de su utilidad.

2. Génesis de la probabilidad

Cabe conjeturar que el hombre primitivo sintió con agudeza y angustia la incertidumbre. y que trató de buscar diversas explicaciones que la redujeran. En algún momento decidió aceptarla como algo intrínseco a ciertos procesos muy probablemente ligados a lo que hoy llamamos juegos de azar. Posteriormente desarrolló técnicas y productos para producir el azar de una manera controlada, precisamente como un soporte del juego. El objeto paradigmático dentro de estas técnicas es el dado, un producto diseñado y construido con el claro propósito de producir seis sucesos equiprobables.

Actas I Congreso internacional de la Red española de Filosofía
ISBN 978-84-370-9680-3, Vol. V (2015): 37-46.

Sin embargo, la idea de probabilidad que late debajo del diseño y la construcción de un dado no alcanzó el grado de abstracción y formalización propio de la matemática que por ejemplo alcanzaron los conceptos geométricos en el mundo de la Antigua Grecia. Probablemente debido a que los conceptos básicos de espacio y tiempo de este mundo no acomodaban bien la idea de azar. Aunque de una manera práctica se conocían muchas reglas asociadas a jugar con el azar así construido, como puede ser que la probabilidad de obtener un siete al lanzar dos dados es muy superior a la de obtener un dos, hasta el siglo XVII, con sólo unos escasos precedentes, no se trató de formular el mundo del azar dentro de una teoría matemática. Y en esos momentos se atendió mucho más a un desarrollo detallado y amplio del aparato matemático que giraba en torno a la idea de probabilidad que a la definición precisa de ese termino. La idea de probabilidad cuajó en la llamada definición "clásica" de Laplace en la que claramente se percibe que está tratando de modelizar objetos similares a un dado pero que desde un punto de vista del rigor matemático presenta problemas insalvables, pese a lo cual ha perdurado a lo largo del tiempo.

Es sólo al comienzo del siglo XX, cuando la matemática se orienta a un proceso de rigurosa formalización impulsado por Hilbert, cuando la probabilidad se establece de una manera adecuada a su lenguaje en la definición axiomática de Kolmogorov. Pero esa definición más que resolver los problemas que presentaba la de Laplace los obvia. El nexo heurístico que unía la definición de Laplace con el proceso técnico del azar construido desaparece en aras de una expresión formal. El propio Kolmogorov expone explícitamente que cualquier aplicación al *mundo real* de la teoría que se desarrolla a partir de sus axiomas tiene que ser justificada desde ese *mundo* no desde él de la matemática. Frente al alejamiento del mundo del azar construido que, desde ciertos puntos de vista se puede entender como un inconveniente, esa misma separación abre un espacio mucho más amplio de posibilidades de aplicación que ya no se restringen exclusivamente al azar controlado.

Especialmente a partir de esta definición se establece una diferencia clara y tajante entre el significado que adquiere el término probabilidad matemática que se ajusta a una definición rigurosa en su campo y que yo he propuesto denominar, en analogía con los mundos de Popper, como probabilidad de tipo P3.2 del significado que adquiere en cualquier otro campo. Esta diferencia es del mismo tipo, por ejemplo, que la que se establece entre el concepto matemático de circunferencia y la circunferencia que trazo sobre un papel con ayuda de un compás.

3. Aplicación de la probabilidad

Cuando decimos, por ejemplo, que la probabilidad de obtener un cinco al lanzar un dado es de un sexto estamos utilizando la palabra probabilidad como expresión de una peculiar característica del objeto físico denominado dado. Es decir, un significado distinto del que tiene en el mundo matemático. A esta probabilidad yo he propuesto denominarla de tipo P3.1. Su importancia, más allá de la relevancia que tiene para los juegos de azar, radica en que genética, históricamente, es la que presiona al mundo matemático para que desarrolle una teoría que la modelice, aunque en este momento, metodológicamente, estemos considerando la secuencia inversa: es decir, como el aparato matemático revierte sobre la realidad que lo ha suscitado.

El nexo entre la probabilidad matemática (P3.2) y la ligada al azar controlado (P3.1), pese a la clara grieta ontológica que las separa, y si no se extrema el análisis filosófico, se puede establecer fácilmente. En el mundo estrictamente matemático se puede definir un concepto denominado “dado” como un espacio muestral constituido por seis sucesos mutuamente excluyentes y equiprobables. En el mundo técnico se puede considerar el objeto físico “dado” como algo construido de acuerdo con la especificación del “dado” matemático dentro de unas ciertas tolerancias que son inherentes a todo proceso constructivo. En el mundo matemático se establece claramente que la probabilidad de obtener un dos al lanzar dos dados es 1/36 mientras que la de obtener un siete es 1/6 (en el supuesto de que los resultados obtenidos al lanzar cada uno de los dados sean independientes entre si). Éstas conclusiones son inmediatamente trasladables al mundo de los dados físicos con unas ciertas tolerancias que dependen de la precisión con que se hayan construido. Existe el mismo tipo de correspondencia que la que hay entre el periodo del movimiento de un péndulo calculado de acuerdo con el modelo teórico de la mecánica de Newton y el periodo real del movimiento de un péndulo físico.

Cuando se pone en comunicación el mundo de la matemática con su aplicación a distintos campos se ha usado tradicionalmente, y se sigue haciendo, una clasificación del significado de la palabra probabilidad que se califica de objetiva o subjetiva. La que aquí se ha denominado probabilidad de tipo P3.1 entra dentro de la que tradicionalmente se ha calificado como objetiva. Sin embargo el énfasis nominal que se hace en la objetividad sin considerar otros aspectos no parece muy afortunada. Además el término objetivo se aplica a otro tipo de probabilidades con una significación muy distinta. En su acepción más clásica se llama probabilidad objetiva a aquella que se establece a partir de aplicar un algoritmo a unos datos, y dentro de ello el algoritmo más clásico es el de la frecuencia relativa. Por ejemplo, si en los últimos 100 días he tenido que esperar por el autobús más de cinco minutos en 17 ocasiones, entonces se establece que la probabilidad de que hoy tenga que esperar más de cinco minutos es 0.17. El calificar de objetiva tal probabilidad supone al menos un tinte de uso abusivo de la palabra: lo que es objetivo es la frecuencia relativa, no la probabilidad. Por el contrario cuando, por ejemplo, un juez estima que tras un análisis detallado de hechos y pruebas la probabilidad de que un acusado sea culpable es superior a 0.95 (aunque no verbalice su postura de esta manera) se dice, tradicionalmente, que se trata de una probabilidad subjetiva pese a la fuerte carga de objetividad que pueda haber detrás de ella.

Casi todas las probabilidades que se postulan fuera del mundo estrictamente matemático tienen en mayor o menor medida una notable carga de subjetividad. La división en objetiva y subjetiva me parece muy poco afortunada por lo que yo he propuesto denominar probabilidad de tipo P1 a aquella que se establece justificada exclusivamente en el uso de un algoritmo y de tipo P2 a aquella que no requiere tal tipo de justificación. Tras estas consideraciones iniciales este trabajo se va a centrar en el análisis de los nexos que se pueden establecer entre las probabilidades de tipo P2 y las probabilidades de tipo P3.2.

4. La incertidumbre humana

En este momento se va cambiar el foco de la investigación hacia la consideración de la incertidumbre humana. Al principio de este trabajo se exponía la omnipresente incertidumbre que rodea la vida del ser humano, y se citaban algunos ejemplos de diversa orientación e importancia. Esta incertidumbre es algo inherente y radical en la vida humana, algo a lo que debe atender la antropología entendida en un sentido amplio, y que manifiesta, cuando se atiende a su real complejidad, unas dimensiones y hondura superiores a las simplificaciones y rigideces que se pueden aprender mediante un modelo matemático.

Trato de acercarme al problema mediante un ejemplo: Supongamos que una persona, en su madurez avanzada, concibe la idea de realizar un cierto proyecto que entiende que contribuiría sustancialmente a alcanzar una cierta plenitud en su vida. En ese momento se encuentra impulsado hacia su realización pero este impulso está rodeado por una sensación de incertidumbre: ni el proyecto está claramente definido, ni estimado el esfuerzo que requiere, ni sus fuerzas evaluadas, ni la determinación de realizarlo establecida. Esa sensación de incertidumbre hunde sus raíces en distintos aspectos de su personalidad, de su psicología, y de diversas circunstancias, y quizás se pueda penetrar en su significación mediante una introspección profunda o una reducción fenomenológica. Supongamos que va desbrozando distintos aspectos de su situación y llega a una estimación que le parece fiable de que el proyecto le podría llevar unos tres años. Ahora su interés le hace considerar una posibilidad a la que anteriormente no había prestado atención: ¿Sobreviviré los tres años que estimo necesarios? Es evidente que sobre ello no puede tener certeza. Pero también es claro que su incertidumbre no es total. Por ejemplo, si se encuentra en unas condiciones buenas de salud, muy probablemente estime que es más probable que sobreviva los tres años que no que no lo haga. Si además es una persona optimista puede que manifieste que su confianza en sobrevivir los tres años es muy alta. Supongamos también que está considerando otra alternativa consistente en retrasar el proyecto 10 años lo que le permitiría encontrarse en una situación laboral más cómoda para desarrollarlo. Pero ahora su pregunta es ¿sobreviviré 13 años? Y su respuesta puede ser que la probabilidad de tal cosa descenderá sensiblemente.

Si llamamos S3 a la proposición sobrevivir tres años y S13 a la de sobrevivir 13 años y notamos la certidumbre de una proposición X mediante C(X). Entonces lo que se ha dicho anteriormente se puede notar de la siguiente manera: C(S3) > C(noS3), “es más probable que sobreviva los tres años que no que no lo haga”; C(S3) >> C(noS3), “la confianza en sobrevivir los tres años es muy alta”; C(S13) < C(S3), “la probabilidad de sobrevivir 13 años descenderá sensiblemente frente a la de sobrevivir 3 años”.

Es evidente que expresiones como “alta confianza” o “sensible descenso” están cargadas de ambigüedad. Se puede buscar otra forma de expresión de lo mismo mediante una notación numérica que permita diferenciar matices más claramente. Se puede establecer que si de una proposición X tenemos certeza absoluta, entonces C(X) = 1. Si nos inclinamos por igual sobre la certeza de X o de su contrario entonces C(X) = 0.5. Si estamos seguros de la falsedad de X entonces C(X) = 0. Y para situaciones intermedias valores intermedios, admitiendo además que C(noX) = 1- C(X). Es decir, si por ejemplo, la certidumbre de sobrevivir tres años es 0.9, entonces la de no sobrevivir tres años es 0.1. Es evidente que tal forma de expresión sigue siendo ambigua con la excepción de los tres casos puntuales que se han individualizado. Sin embargo, mucha gente se encontrará más cómoda expresando su percepción en la forma numérica indicada que haciéndolo mediante palabras. Esto es muy parecido a la forma habitual en que se nos solicita evaluar la calidad de un hotel, o de un discurso académico, mediante un número entre 0 y10. Y adicionalmente, y es adonde se pretende llegar, ello nos puede llevar directamente a la idea de probabilidad, aunque hasta este momento no hayamos entrado en ese terreno.

De acuerdo con esta forma de manifestación, la persona de nuestro ejemplo se podría expresar en la siguiente forma: C(S3) > 0.5 “es más probable que sobreviva los tres años que no que no lo haga”; C(S3) = 0.9, “la confianza en sobrevivir los tres años es muy alta”; C(S13) = 0.6 “la probabilidad de sobrevivir 13 años descenderá sensiblemente (en 1/3) frente a la de sobrevivir 3 años”. Naturalmente una persona distinta podría establecer unas cifras completamente distintas. Por ejemplo, un médico que reconociera detenidamente al individuo y conociera datos estadísticos acerca de supervivencia en distintas situaciones.

5. Incertidumbre y probabilidad

Dando un paso más en la nomenclatura podemos identificar la certidumbre con una probabilidad de tipo P2 de manera que hagamos C(X) = P(X). En términos de la teoría de la probabilidad estamos definiendo un espacio muestral (E) constituido por dos sucesos mutuamente excluyentes S3 y noS3 y asignando P(S3) = 0.9 y consecuentemente P(noS3) = 0.1. Todo ello cumple con los tres axiomas de Kolmogorov. Es decir, los valores de P(S3) así asignados pueden entrar como cantidades numéricas en la teoría matemática de la probabilidad sin ningún problema. Por otra parte desde el punto de vista de la taxonomía de las probabilidades que hemos establecido, a las de tipo P2 no le exigíamos ninguna justificación adicional a las citadas para admitirlas.

El modelo se complica ligeramente si consideramos el espacio muestral constituido por los sucesos S3, S13 y sus negaciones, en donde P(S3) = 0.9, P(S13) = 0.6 y S3 y S13 ya no son mutuamente excluyentes, sino que la probabilidad de que se produzca S3 si se ha producido S13 es 1; es decir: P(S3/S13) = 1. Estos tres valores numéricos definen totalmente la distribución de probabilidad, y de ellos se deduce, por ejemplo, que la probabilidad de S13 si se ha producido S3 ha subido a 0.67. Es decir: P(S13/S3) = 2/3. Pero en aras de la claridad y la sencillez vamos a mantener el análisis sobre el caso de solo dos sucesos mutuamente excluyentes.

A este nivel del desarrollo del proceso que estamos siguiendo no existe un nexo entre el mundo matemático (el propio de la probabilidad de tipo P3.2) que acoge a la cantidad numérica que hemos asignado a C(S3) = P(S3) = 0.9 y la significación que tiene esa cantidad en el mundo antropológico (el propio de la probabilidad de tipo P2). Vamos A intentar establecer ese nexo por intermediación de las probabilidades de tipo P3.1 (azar controlado) exigiendo algo adicional a las probabilidades de tipo P2 (incertidumbre humana).

Para simplificar todavía más la exposición vamos a apoyarnos en un ejemplo que responde al mismo modelo pero que es más sencillo y clásico: En el cajón de la mesa de mi despacho se que está guardado un libro pero me encuentro en incertidumbre sobre la proposición R: “ese libro tiene la portada roja”. Puedo establecer el valor de C(R) = P(R), de acuerdo con criterios similares a los empleados en el ejemplo anterior que se pueden basar en reflexiones tales como: el día anterior estuve trabajando con dos libros uno con la cubierta roja y otro con la cubierta azul y guarde uno de ellos en el cajón pero no tengo la más remota idea de cual de ellos; esta incertidumbre puedo expresarla mediante: C(R) = P(R) = 0.5; puede resultar también que no tenga ni la más remota idea de cuál pueda ser el color de la portada del libro pero echando un vistazo a la biblioteca veo que hay muy pocos que tengan la portada de color rojo y apoyándome en ello y en que proviene de la biblioteca puedo establecer: C(R) = P(R) = 0.1; por el contrario puede suceder que recuerde que ha sido el de la portada roja el que guarde en el cajón pero no estoy muy seguro de ello; esto lo puedo expresar diciendo: C(R) = P(R) = 0.8. Supongamos que esta última es la opción que finalmente hemos adoptado.

6. Incertidumbre, azar y probabilidad

Ahora vamos a dar un paso más restringiendo el significado de la incertidumbre, precisándolo en una determinada dirección. Hasta ahora la medida de la incertidumbre era una forma de expresión sin mayor precisión. Ahora vamos a entender que el valor 0.8 representa la misma certidumbre que tendríamos de obtener una bola blanca al extraerla al azar de una

Actas I Congreso internacional de la Red española de Filosofía
ISBN 978-84-370-9680-3, Vol. V (2015): 37-46.

urna que contiene 10 bolas de los cuales ocho son blancas y dos negras. Lo cual no quiere decir que los dos fenómenos sean equivalentes, por el contrario, generalmente, serán bastante distintos. Lo que se quiere decir es que la estimación de 0.8 es la que considera, el que la hace, la más próximo al fenómeno de la urna expuesto.

Lo que se está proponiendo es establecer un nexo inmediato entre la probabilidad de tipo P2 (incertidumbre humana) y la de tipo P3.1 (azar controlado). Por otra parte, esta comparación entre la estimación de nuestra incertidumbre y una lotería es la imagen que más comúnmente se suscita cuando una persona trata de estimar una probabilidad: lo que trata es de imaginar la lotería que mejor se ajusta a la estimación personal que está haciendo. Lo cual es, por otra parte, claramente compatible con la conciencia de que aquel estrecho paralelismo que busca con harta frecuencia no se producirá. Y dentro de este proceder habrá personas que alcancen ese paralelismo de una manera más fina que otras. Dicho en otros términos que sean más o menos perspicaces en relación a la percepción de la incertidumbre. En esta línea he propuesto la definición, en determinadas circunstancias, y mediante una formulación estrictamente matemática, de un índice de perspicacia probabilística.

Si dando un salto se admite la hipótesis de que la coincidencia con el modelo de azar controlado se ha conseguido exactamente, se deduce, con toda la fuerza de la matemática, una serie de consecuencias. La más clásica e inmediata es que si apostamos 1 € contra 4 a que el libro tiene la cubierta roja la esperanza matemática de esa apuesta es cero. Si apostamos contra 3 € la esperanza es de ganar 20 céntimos y si lo hacemos contra 5 es de perder 20 céntimos también. O dicho sin el formalismo matemático: si repitiéramos la primera apuesta muchas veces lo que ganaríamos, en tanto por ciento del número de veces que hemos apostado, se alejaría muy poco, hacia arriba o hacia abajo, de cero. Mientras que en el segundo caso ganaríamos algo muy próximo al número de apuestas multiplicado por 0,20 €, y en el tercer caso pasaría lo mismo pero con perdida en vez de ganancia.

Y ampliando la situación y simplificándola, aunque de una manera un tanto artificial en este caso, para llegar a la expresión más sencilla de una técnica clásica, si suponemos que esta experiencia se repitiera 100 veces de manera independiente con la misma estimación de la probabilidad cada vez y resultara, por ejemplo, que sólo en 47 veces de las 100 el libro tuviera la portada roja, se deduciría que muy probablemente el paralelismo con el modelo de azar controlado no ha sido bueno. Dicho de otra manera, y ahora con todo el rigor de la matemática, si el resultado que hemos obtenido es de 47 positivos sobre 100, ello tiene una probabilidad muy baja de ser compatible con la estimación de que en los experimentos individuales la probabilidad de obtener positivo sea 0.8. (Se está hablando de lo que en la estadística matemática se denomina un contraste de hipótesis). Es decir, es una evidencia muy potente para suscitar el cambio de la estimación inicial. (Y aquí utilizó expresiones verbales como, muy potente, que se podrían traducir en precisas expresiones numéricas.)

7. Dos lenguajes radicalmente distintos

En la argumentación que se está siguiendo hay que diferenciar claramente dos tipos de discursos asociados a dos tipos de lenguaje que muestran una tajante diferencia epistemológica consecuencia de la radical diferencia ontológica de los objetos sobre los que tratan.

a1) Cuando la persona está estimando la probabilidad como algo que se corresponda con el sorteo que se ha planteado está haciendo un esfuerzo de reflexión sobre la incertidumbre que está percibiendo, recurriendo a la información pertinente a que pueda acceder, a su intuición, a su perspicacia y a su capacidad para plasmar todo ello en un valor numérico. En algunos casos puede tener indicios de que sus estimación se ajuste bastante bien al modelo, pero en muchos otros tendrá una clara conciencia de que la diferencia entre la estimación y el modelo puede ser muy elevada. Se trata de una opinión, de algo fundamentalmente sometido a la prudencia y a lo que no se le puede exigir exactitud y ni siquiera un determinado grado de precisión. La forma de estudiar tal proceso se puede hacer recurriendo a diversos enfoques antropológicos.

b) Pero a continuación, bajo la hipótesis de que tal estimación, hubiera sido correcta se pasa al discurso matemático y dentro de este se establece, por ejemplo, la probabilidad de que al repetir el experimento 100 veces se produjeran 47 positivos y el resultado que se obtiene tiene la validez apodíctica propia del lenguaje matemático. Ahora no se trata de una opinión cuestionable.

a2) Y nuevamente se regresa al mundo antropológico de la opinión y de la prudencia. Tras conocer el resultado obtenido y las conclusiones matemáticas a que se llega si el modelo de la lotería hubiera sido correcto (tal resultado sería sumamente improbable), se reflexiona nuevamente para, en función de todo ello, reconsiderar las estimaciones iniciales, y en este ejemplo concreto, posiblemente reducir el valor inicial.

El hecho de que en un discurso como el seguido hasta aquí estén fuertemente imbricados los aspectos estimativos y los matemáticos conlleva que muchas veces: o bien se encierre todo dentro de lo meramente estimativo y de opinión, olvidándose el registro duro matemático que también se integra, si bien con la peculiaridad de trabajar sobre algo tan sutil como es la probabilidad; o bien también, a veces, que el modelo matemático inunde todo el discurso sin tener en cuenta la procedencia de los datos que está utilizando y las condiciones que tienen que cumplir.

El paralelismo con el discurso que incluye la lógica tradicional es patente: Si yo mantengo que Sócrates es un hombre y que todos los hombres son mortales estoy expresando unas opiniones mías, quizás muy plausibles, pero que también podrían ser falsas; por ejemplo, en el caso de que Sócrates fuera el nombre de mi perro. Pero si admito las premisas se produce de manera apodíctica la conclusión de que Sócrates es mortal. Más claramente el paralelismo, diferenciando los mismos momentos que en el caso de la matemática, con otro ejemplo clásico: a1) Mis opiniones: todas las sirenas son rubias. María es una sirena. b) Conclusión apodíctica María es rubia. a2) Me fijo en el pelo de María y resulta que es morena. Tal hecho me puede llevar a cuestionar, prudentemente, por ejemplo, mi suposición de que María es una sirena.

8. Nota bibliográfica

Este trabajo se encuadra dentro de un proyecto más general y de mayor alcance que está desarrollando su autor sobre los temas de el azar, la probabilidad y la incertidumbre y los nexos que los relacionan, que tiene por documento central una tesis doctoral [Yarza, 2013]. Dentro de ese documento se sitúan y se desarrollan muchos de los asuntos marco que aquí simplemente se indican. El objetivo de este artículo es hacer explícito el carácter y la peculiaridad del nexo que se puede establecer entre la incertidumbre humana y la teoría matemática de la probabilidad mediante el recurso al azar controlado y supone el desarrollo de algunos de los aspectos de este tema contenidos en la tesis. Dada su brevedad se han evitado ciertas justificaciones matemáticas y de otra índole detalladas. La tesis incluye una amplia bibliografía seleccionada sobre el tema, así como referencias a repertorios bibliográficos de mayor detalle. A continuación se incluyen algunos de los títulos que considero más relevantes en relación con este artículo.

Cañón, C., 1993, *La matemática. Creación y descubrimiento*, Madrid, Universidad P. Comillas.
Carnap, R., 1937, *The Logical Syntax of Language*, New York, Kegan.
De Fenetti, B., 1937, Foresight: Its Logical Laws, Its Subjective Sources, English translation in Kyburg, H. E., Smokier, H. E. (eds.), 1964, *Studies in Subjective Probability*, Wiley, pp. 93-158..
Galavotti, M. C., 2005, *Philosophical Introduction to Probability*, Stanford: CSLI Publications.
Gillies, D. 2000, *Philosophical theories of probability*, Oxford, Routledge.
González García, J.M., 2006, *La diosa Fortuna*, Madrid, Machado Libros
Hacking, I., 1975, *The emergence of probability*, Cambridge University Press. Traducción: Alvarez, J.A. 2005, El surgimiento de la probabilidad, Barcelona, Gedisa.
Hacking, I., 2001, *An Introduction to Probability and Inductive Logic*, Cambridge University Press.
Hajek, A., 2011, Interpretations of Probability en *Stanford Enciclopedia of Philosophy*. http://plato.stanford.edu.
Halpern, J. Y., 2005, *Reasoning about uncertainty*, Cambridge, MIT Press.
Huber, F., 2009, Belief and Degrees of Belief . En Huber, F., Schmidt-Petri, C., Editors, *Degrees of Belief*. Springer
Huber, F., 2014, Formal Representations of Belief, en *Stanford Enciclopedia of Philosophy*. http://plato.stanford.edu.
Jeffrey, R., 2007, *Subjective Probability*, Cambridge University Press.
Kahneman, D., 2011, *Thinking, Fast and Slow*, London, Penguin Books. Traducción: Chamorro, J., 2012, Pensar Rápido, Pensar Despacio, Barcelona, Debate.
Keynes, J. M., 1920, *A Treatise on Probability*. Digitized by Watchmaker Publishing, 2008, Rough Draft Printers.
Kolmogorov, A. N., 1933, *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung, Ergebnisse Der Mathematik.* Traducción: Morrison, N., 1956, *Foundations of the theory of probability*, New York, Chelsea.
Laplace, P. S., 1814, *Essai philosophique sur les probabilités*. Traducción: Castilo, P., 1985, *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, Madrid, Alianza.
Mellor, D. H., 2005, *Probability: A Philosophical Introduction*, London: Routledge.
Mises, R. von, 1957, *Probability, Statistics and Truth*. Second revised English edition prepared by Hilda Geiringer, New York, Dover.
Piaget, J., Inhelder, B., 1951, *La genèse de l'ideé de hasard chez l'enfant*, Presses Universitaires de France. Traducción Lowel, L., 1976, *The origin of the idea of chance in children*, New York, Norton
Ramsey, F. P., 1994, *Philosophical Papers, edited by Mellor, D. H.*, Cambridge University Press.
Taleb, N., 2007, *The Black Swan*, New York, Random Hose. Traducción: Filella, R., 2008, *El Cisne Negro*, Madrid, Paidós.
Yarza, M., 1997, Formación, Información e Informática, *Actas de Jornadas de Informática y Sociedad, Universidad de Deusto – Bilbao*, pp. 327-346.

Yarza, M., 2009, Construcción y conceptualización del azar, *Actas del VI Congreso de la Sociedad de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia en España*, Valencia, pp. 577 – 583

Yarza, M., 2013, *Azar, probabilidad e incertidumbre. Una investigación filosófica sobre la tensión entre la matemática y su aplicación, apoyada en varios enfoques epistémicos.* https://www.educacion.es/teseo/mostrarRef.do?ref=1057800

Yarza, M, 2014, La peculiaridad de la probabilidad. En Villar, A, Sánchez, A. (Editores) *Una Ciencia Humana*, Madrid, Universidad P. Comillas, pp. 73 - 83

ISBN 978-84-370-9680-3, Vol. V (2015): 37-46.